

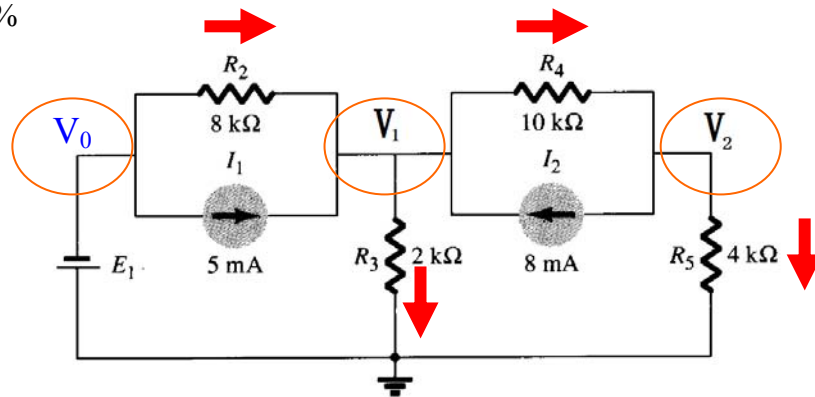
生物產業機電工程學系電工學

第一階段考試 (2012 年 11 月 07 日)

姓名：_____ 學號：_____

一、關於 Nodal analysis 與電流量測 40 %

1. 已知 $E_1 = 11.865 \text{ V}$ (注意電壓源的正負與電流流向)，利用節點分析法求 V_1 與 V_2 ，以及流經 R_4 的電流。 25%
2. 如果我們拿一個內部電阻為 $1 \text{ k}\Omega$ 的電流計 (ammeter) 去量測 R_4 的電流，則測得的電流是多少？ 15%



1.

寫出節點方程式

Node#1

$$\frac{V_0 - V_1}{R_2} + I_1 - \frac{V_1}{R_3} - \frac{V_1 - V_2}{R_4} + I_2 = 0$$

Node#2

$$\frac{V_1 - V_2}{R_4} - I_2 - \frac{V_2}{R_5} = 0$$

整理後

$$\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) V_1 - \frac{V_2}{R_4} = \frac{V_0}{R_2} + I_1 + I_2$$

$$\frac{V_1}{R_4} - \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) V_2 = I_2$$

其中，在 Node #0 處， $V_0 = -E_1 = 11.865 \text{ V}$

代入

$$7.25V_1 - V_2 = 115.169$$

$$V_1 - 3.5V_2 = 80$$

解得

$$V_1 = 13.255 \text{ V} \quad V_2 = -19.07 \text{ V}$$

$$I_4 = \frac{V_1 - V_2}{R_4} = 3.233 \text{ mA}$$

2. 電流計內部電阻 R_a 與 R_4 串聯

寫出節點方程式

Node#1

$$\frac{V_0 - V_1}{R_2} + I_1 - \frac{V_1}{R_3} - \frac{V_1 - V_2}{R_4 + R_a} + I_2 = 0$$

Node#2

$$\frac{V_1 - V_2}{R_4 + R_a} - I_2 - \frac{V_2}{R_5} = 0$$

整理後

$$\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4 + R_a} \right) V_1 - \frac{V_2}{R_4 + R_a} = \frac{V_0}{R_2} + I_1 + I_2$$

$$\frac{V_1}{R_4} - \left(\frac{1}{R_4 + R_a} + \frac{1}{R_5} \right) V_2 = I_2$$

其中，在 Node #0 處， $V_0 = -E_1 = 11.865V$

代入

$$7.159V_1 - 0.91V_2 = 115.169$$

$$0.91V_1 - 3.41V_2 = 80$$

解得

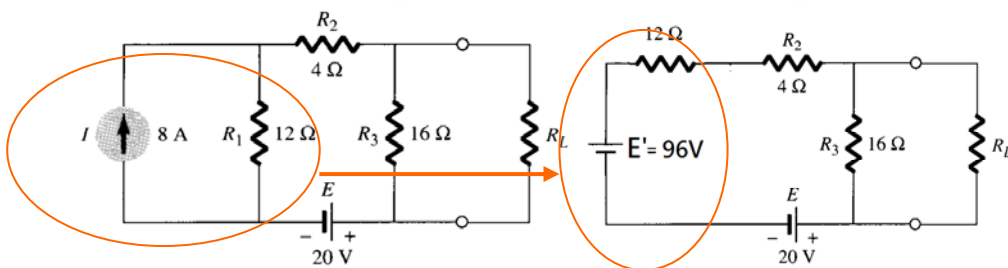
$$V_1 = 13.557 V \quad V_2 = -19.9 V$$

$$I_4 = \frac{V_1 - V_2}{R_4} = 3.04mA$$

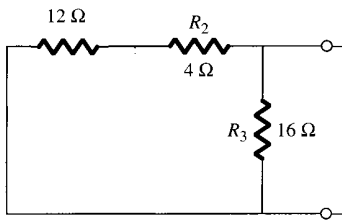
二、關於 Thévenin Equivalence 20%

1. Find the Thévenin network for the network external to the resistor R_L .

2. Find R_L for maximum power to R_L and the maximum power to R_L .

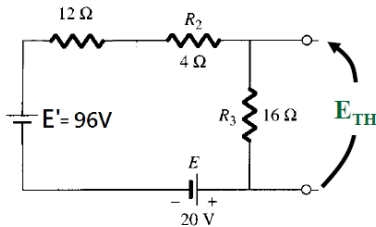


R_{TH}



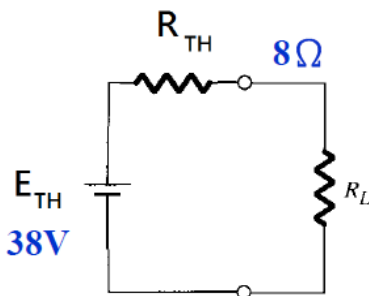
$$R_{TH} = (12\Omega + R_2) // R_3 = 8\Omega$$

E_{TH}



$$E_{TH} = (E' - E) \times \frac{R_3}{12\Omega + R_2 + R_3} = 38V$$

Thévenin Network



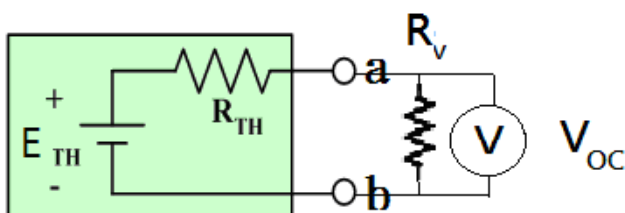
當 $R_L = R_{TH} = 8\Omega$ ，傳輸到負載的 power 最大。

$$P_{max} = \frac{E_{TH}^2}{4R_L} = \frac{E_{TH}^2}{4R_{TH}} = 45.125W$$

三、關於 Thévenin 與 Norton 原理的應用 25%

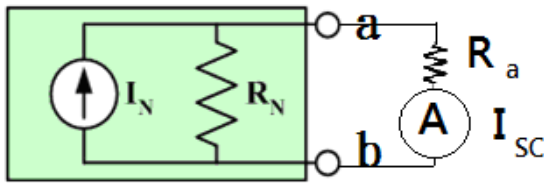
有一個單埠 (single port) 的未知電路。根據 Thévenin 與 Norton 原理，我們可以透過伏特計 (voltmeter) 及電流計 (ammeter) 的測量，推估該未知電路的 Thévenin 與 Norton Equivalence。若伏特計的內部電阻為 R_v ，測得的電壓為 V_{OC} ，電流計的內部電阻為 R_a ，測得的電流為 I_{SC} 。

1. 請寫出 (E_{TH}, R_{TH}) 與 (V_{OC}, R_v) 的關係式



$$V_{OC} = E_{TH} \times \frac{R_v}{R_v + R_{TH}} \rightarrow E_{TH} = V_{OC} \left(1 + \frac{R_{TH}}{R_v} \right)$$

2. 請寫出 (I_N, R_N) 與 (I_{SC}, R_a) 的關係式



$$I_{SC} = I_N \times \frac{R_N}{R_N + R_A} \rightarrow I_N = I_{SC} \left(1 + \frac{R_A}{R_N} \right)$$

3. 若伏特計與電流計的內部電阻分別為 $15\text{ k}\Omega$ 與 $20\ \Omega$ ，且伏特計與電流計測得開口端的電壓降 V_{OC} 與電流 I_{SC} 分別為 7.5 V 與 3.75 mA 。請求出 E_{TH} 、 R_{TH} 、 I_N 、 R_N 。

$$R_{TH} = R_N$$

$$I_N = I_{SC} \left(1 + \frac{R_A}{R_{TH}} \right) = 3.75\text{ mA} \left(1 + \frac{20\ \Omega}{R_{TH}} \right)$$

$$E_{TH} = V_{OC} \left(1 + \frac{R_{TH}}{R_v} \right) = 7.5\text{ V} \left(1 + \frac{R_{TH}}{15\text{ k}\Omega} \right)$$

$$R_{TH} = \frac{E_{TH}}{I_N} = \frac{7.5\text{ V} \left(1 + \frac{R_{TH}}{15\text{ k}\Omega} \right)}{3.75\text{ mA} \left(1 + \frac{20\ \Omega}{R_{TH}} \right)} = \frac{0.13333R_{TH}(15\text{ k}\Omega + R_{TH})}{(R_{TH} + 20\ \Omega)} \Rightarrow R_{TH} = R_N = 2.2846\text{ k}\Omega$$

$$R_{TH} = R_N = 2.2856\text{ k}\Omega$$

$$I_N = I_{SC} \left(1 + \frac{R_A}{R_{TH}} \right) = 3.75\text{ mA} \left(1 + \frac{20\ \Omega}{R_{TH}} \right) = 3.783\text{ mA}$$

$$E_{TH} = V_{OC} \left(1 + \frac{R_{TH}}{R_v} \right) = 7.5\text{ V} \left(1 + \frac{R_{TH}}{15\text{ k}\Omega} \right) = 8.642\text{ V}$$

四、關於交流訊號 25%

1. What is the phase relationship between the following pairs of waveforms?

$$v(t) = 12 \sin(400t - 72^\circ) \quad i(t) = 0.4 \sin(450t - 16^\circ)$$

(a) $i(t)$ leads $v(t)$ 88° (b) $v(t)$ leads $i(t)$ 88° (c) $i(t)$ leads $v(t)$ 56° (d) $v(t)$ leads $i(t)$ 56°

(e) $i(t)$ lags $v(t)$ 88° (f) $v(t)$ lags $i(t)$ 88° (g) $i(t)$ lags $v(t)$ 56° (h) $v(t)$ lags $i(t)$ 56°

(i) 以上皆非

答案：(i)

2. Write the sinusoidal expression for each quantity using the information provided

$$I_{\text{eff}} = 36\text{ mA}, f = 1\text{ kHz}, \text{ phase angle} = 60^\circ$$

答案： $i(t) = 50.9 \times 10^{-3} \text{ A} \sin(6283.2t + 60^\circ)$

3. Find the sinusoidal expression for the voltage drop across a 20-mH coil if the current i_L is 4

$$\cos(500t - 30^\circ)$$

答案： $v(t) = 40V \sin(500t + 150^\circ)$

4. For the following pairs determine whether the element is a resistor, inductor, or capacitor, and determine the resistance, inductance, or capacitance.

$$v(t) = 0.12 \sin(1000t + 10^\circ)V \quad i(t) = 6 \times 10^{-3} \cos(1000t + 10^\circ)A$$

答案： capacitor capacitance = 50μ F

5. For the following pairs determine the real power delivered to the load, find the power factor.

$$v(t) = 80V \sin(10^6t - 10^\circ) \quad i(t) = 0.2A \cos(10^6t - 40^\circ)$$

Real power = 4W Power factor = 0.5 (lagging leading)