

## 實習一 基本儀器認識與使用

### 一、基本電子零件

電子學實習中，最先接觸的電子零件為電阻與電容，如何判讀電阻及電容上的條碼和數據？

- 1.電阻：一般電阻體積較小無法直接將其電阻值及誤差標示於電阻上，大多以色碼來表示，且大多為四碼。如下圖所示。



常見色碼的顏色所代表的數值及誤差值如下表所示。

顏色	黑	棕	紅	橙	黃	綠	藍	紫	灰	白
數值	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

顏色	金	銀
誤差值	±5%	±10%

色碼電阻的判讀方式為：色碼中第一環代表十位數、第二環代表個位數、第三環代表乘上 10 的指數次方、及第四環代表誤差。一般常見的色碼電阻，色碼第一、二環不會出現金或銀色。

- 2.電容：電容的種類很多，再此介紹電子實習常見的陶瓷電容、及電解質電容。

- (1) 陶瓷電容：外觀如下圖所示。大部分陶瓷電容沒有標示耐壓值，其耐壓為 50V，耐壓較高者會標示其耐壓值。



陶瓷電容判讀方式為其所標示的數字，第一位數代表十位數、第二位數代表個位數、第三位數代表乘上 10 的幾次方，其基本單位為 pF。一般在標示的數字後會加一英文字母代表誤差值。如：104 所代表的意義為  $10 \times 10^4$  pF。

- (2) 電解質電容：電解質電容的耐壓及電容值均標示於外殼上，但須注意極性，不可接反。

### 二、基本儀器

電子實習常使用的量測或激勵源儀器為三用電表、電源供應器、訊號產生器及示波器。



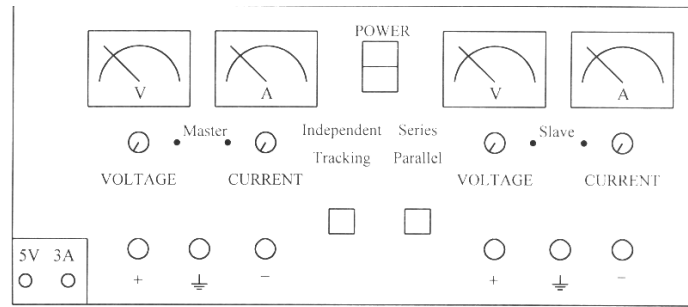


圖 3 電源供應器

3.訊號產生器：又可稱交流訊號產生器(圖4)。一般訊號產生器可分為音頻信號產生器(AF訊號產生器)，其頻率範圍由數 Hz 到數百 KHz。另一種為射頻訊號產生器(RF訊號產生器)，頻率範圍由數 KHz 到數百 MHz。訊號產生器可輸出正弦波、方波及三角波等三種波形，提供交流訊號源予電子電路使用。

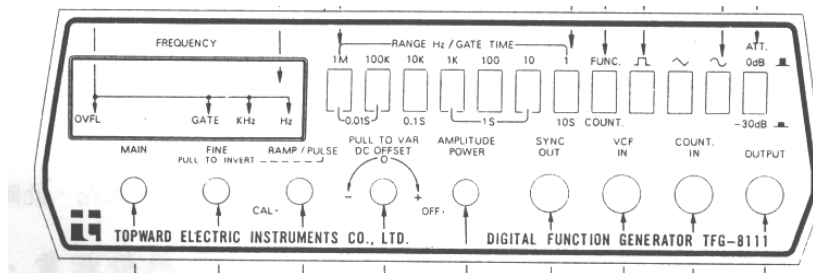


圖 4 訊號產生器

4.示波器：電子電路測量上最廣泛的使用儀器（圖 5）。大部分的電路特性皆可從示波器上獲得，如直流電壓、交流電壓、頻率、振幅、週期、相位關係等。

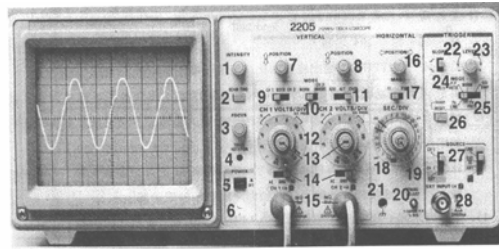


圖 5 示波器

## 實習二 直流電路（I）

由各種主動元件、被動元件及導體所連接而成的封閉迴路稱為電路。其中，主動元件包括電壓源、電流源、電晶體及運算放大器等，被動元件包括電阻、電感及電容等。

電路的主要分析技巧可由直流電路中學習獲得，諸如歐姆定律、克希荷夫電壓定律（KVL）、克希荷夫電流定律（KCL）、重疊定理、戴維寧定理、諾頓定理等。

直流電路（I）實習中，將利用串聯及並聯直流電路，說明簡單的電學定理，如歐姆定律、KVL、KCL 等。

### 一、直流串聯電路

所謂的串聯電路是指兩個元件以上，元件頭尾相串接而成的電路。圖 1 為一個電阻串聯電路，此串聯電路的總電阻值  $R_T = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5$ 。若在此電阻串聯電路兩端加上直流電壓，如圖 2 所示，則此電路就成為具有封閉迴路的直流串聯電路。

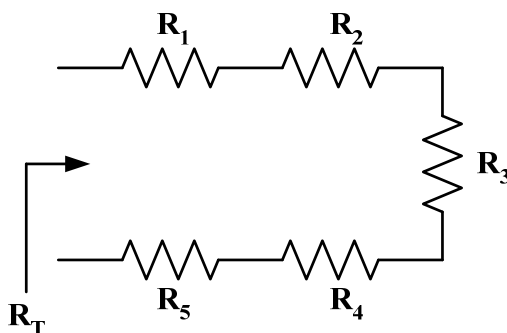


圖 1 電阻串聯電路

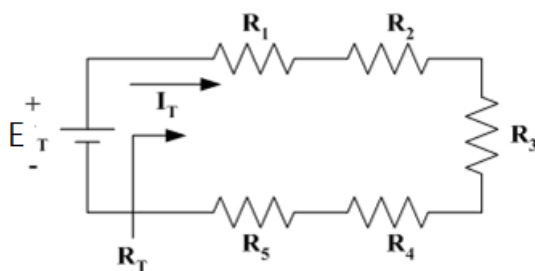


圖 2 直流串聯電路

圖 2 電路中，電路總電流可由電路的總電壓除以總電阻計算而得：

$$I_T = \frac{E_T}{R_T} \text{，此即為電學的歐姆定律。}$$

### 二、直流並聯電路

所謂的並聯電路是指電路元件頭尾接在一起，圖 3 所示即為一四個電阻並聯的電路，其中，橫跨每個電阻元件的端電壓都相等。

圖 3 的電路總電阻可用一個等效電阻來代替，此等效電阻與各電阻間的關係式：

$$\frac{I}{R_{eq}} = \frac{I}{R_1} + \frac{I}{R_2} + \frac{I}{R_3} + \frac{I}{R_4}。$$

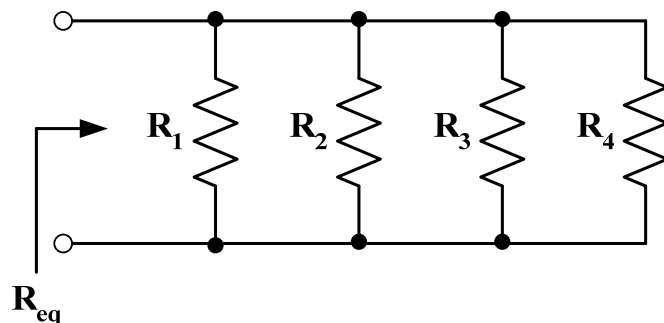


圖 3 電阻並聯電路

在並聯電路中，由於每個電路元件的連接為頭接頭、尾接尾，所以並聯電路的個別並聯分支電壓皆相等，如圖 4 所示電路， $V_1=V_2=V_3=E$ 。

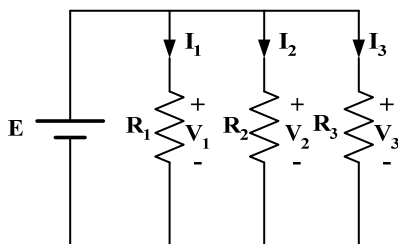


圖 4 並聯電路個別分支電壓相等

### 三、克希荷夫電壓定律 (KVL)

克希荷夫電壓定律由德國物理學家 Gustav Kirchhoff 於 1847 年所提出，此定律敘述任何一個封閉路徑的電壓代數總合為零。

以圖 5 為例說明 KVL。abcd 四點構成一個封閉路徑（迴路），假設由 b 點出發，沿著此封閉路繞一圈時，首先在 b 點有一個正的電壓  $V_2$ ，稱  $V_2$  為電壓升，接著到 C 點有一個負的電壓  $V_3$ ，稱  $V_3$  為電壓降，然後到 a 點有一個負電壓  $V_1$ ， $V_1$  亦為電壓降，最後回到 b 點，完成一個封閉路徑的繞圈。依據 KVL 可知此封閉路徑內的三個電壓和為零，即：

$$V_1 + V_2 + V_3 = 0 \tag{1}$$

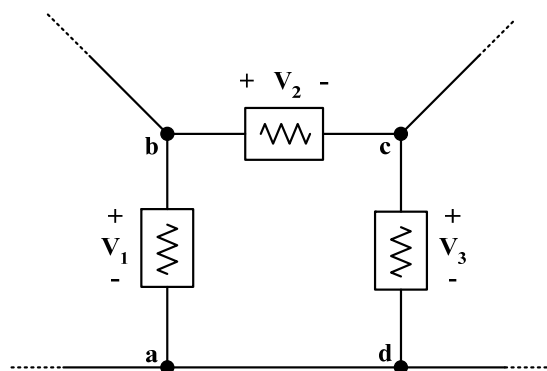


圖 5 串聯電路封閉路徑示意圖

若以通用的數學式表示，則克希荷夫定律可寫成：

$$\sum_{s=1}^N V_s (\text{電壓升}) = \sum_{l=1}^M V_l (\text{電壓降}) \quad (2)$$

#### 四、克希荷夫電流定律（KCL）

克希荷夫電流定律亦是由德國物理學家 Gustav Kirchoff 於 1847 年所提出，此定律敘述進入一個電路中任何節點的電流代數和為零。圖 6 共有五個分支電流流經一個節點，根據 KCL 的敘述可知流經此節點的電流總合應為零，由圖中可看出 \$I\_1\$、\$I\_2\$、\$I\_4\$ 流入此節點，\$I\_3\$、\$I\_5\$ 流出此節點，若定義流入節點的電流為正值，流出節點的電流為負值，則可寫出此節點的電流關係式： $I_1 + I_2 + (-I_3) + I_4 + (-I_5) = 0$ 。

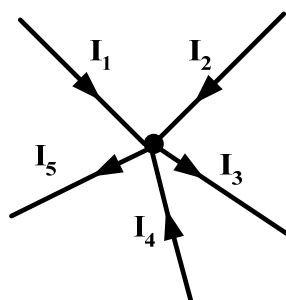


圖 6 流經一個節點的電流

一般 KCL 可寫成一個通用數學式：

$$\sum_{n=1}^N I_n = 0 \quad (3)$$

## 實習三 直流電路（II）

實習（二）中已針對直流串聯、並聯電路做了一些說明及 KVL、KCL 的實驗。實習（三）及實習（四）將介紹串並聯電路分析中重要的分析技巧：重疊定理、戴維寧定理、諾頓定理，並以實驗證明這些定理。

### 一、串並聯電路

#### （一）並聯電阻的串聯型態

簡單的並聯電阻的串聯型態電路，如圖 1 所示，此電路等效電阻的計算方式為：先計算個別不同並聯路徑的並聯等效電阻，最後將個別並聯等效電阻串聯計算即可得電路總電阻。

$$R_T = (R_1 // R_2) + (R_3 // R_4) + (R_5 // R_6) \quad (1)$$

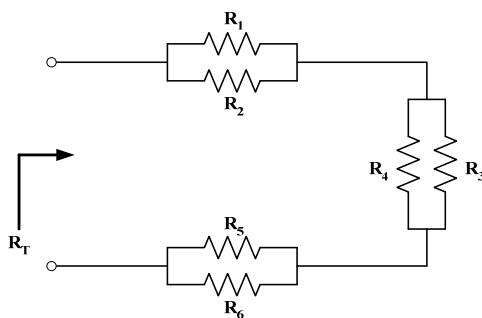


圖 1 並聯電阻的串聯型態電路

#### （二）串聯電阻的並聯型態

簡單的串聯電阻的並聯型態電路，如圖 2 所示，此電路等效電阻的計算方式為：先計算個別分支的串聯等效電阻，最後將個別串聯等效電阻並聯計算即可得電路總電阻。

$$R_T = (R_1 + R_2 + R_3) // (R_4 + R_5 + R_6) \quad (2)$$

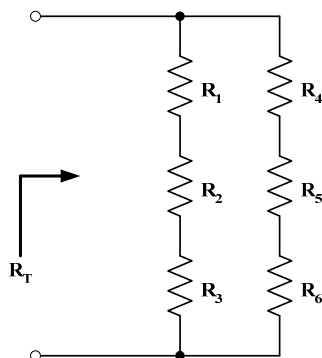


圖 2 串聯電阻的並聯型態

### （三）串並聯電路型態

串並聯電路型態有無限多種組合，如圖 3 所示。一般串並聯電路等效電阻的計算方式為：由電流路徑判斷串、並聯分支，先分別獨立計算個別並聯等效電阻，最後在進行串聯等效電阻計算。

$$R_T = (R_1 // (R_2 + R_3 + R_4)) + R_5 \quad (3)$$

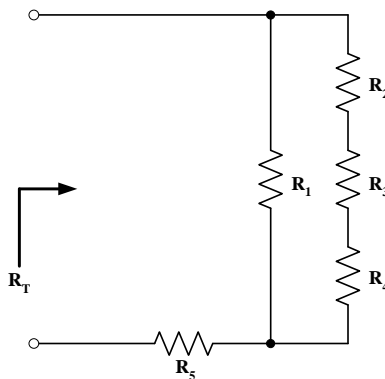


圖 3 串並聯型態電路

### 二、串並聯電路的電壓及電流

串並聯電路是由串聯電路和並聯電路組合而成，在串聯分支中所流動的電流都相同，而並聯電路部份則並聯端電壓相等。圖 4 所示為一串並聯電路，其各分的電壓及電流的關係如下分析：

$$I_1 = I_2 + I_3 = I_4 \quad (4)$$

$$E_T = V_1 + V_2 + V_4 \quad (5)$$

且

$$V_2 = V_3, \quad I_2 = I_1 \times \frac{R_3}{R_2 + R_3}, \quad I_3 = I_1 \times \frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

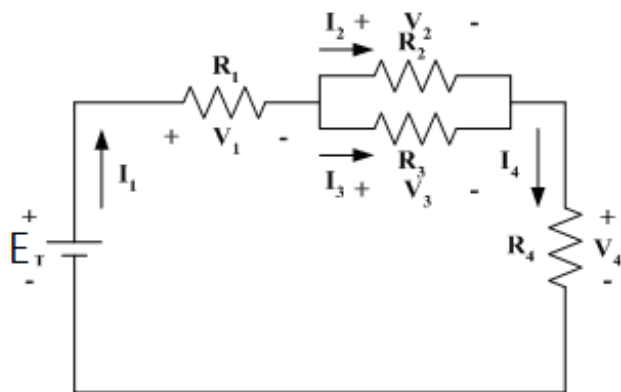


圖 4 串並聯電路電壓及電流說明圖

### 三、重疊定理

重疊定理是電路分析中重要的分析技巧之一，一般用於含有兩個以上電源的電路分析。應用重疊定理分析電路時，電路中電源需獨立作用，對於不在作用中的電壓源則予以短路、電流源予以開路。最後將個別電源作用於電路元件上的電壓、電流以代數和方式計算，即可獲得電路完整的電壓、電流值。

以下說明一個利用重疊定理計算電路各分之電流的例子。

1. 假設有一個直流電路含有兩個電壓源，如圖 5 所示，欲利用重疊定理求出  $I_1$ 、 $I_2$ 、及  $I_3$ 。做法見以下步驟 2~4 的說明。

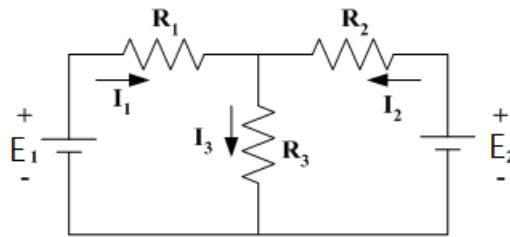


圖 5 重疊定理計算電路（一）

2. 首先移去其中一個獨立電源，即只有一個電壓源作用，移去電壓源的方法為將電壓源直接拿開，並將移開後的兩端短路，如圖 6 所示，並利用串、並聯電路、歐姆定律分析技巧，分別求出電路的各分支電流，即分別求出  $I_1'$ 、 $I_2'$ 、 $I_3'$ ；在求分支電流時，需特別注意電路中的電流方向。

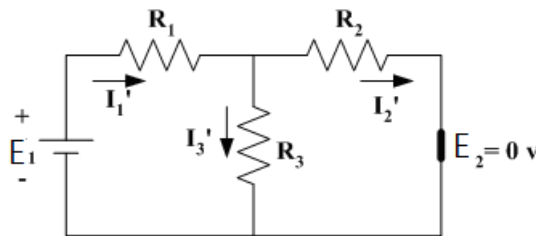


圖 6 重疊定理計算電路（二）

3. 做完步驟 2 後，將原先被移去的電壓源接回，把剛才作用的電源移開，移開的做法與步驟 2 移開獨立電壓源的做法相同，做完上述步驟，可得如圖 7 所示之電路，再分別求出電路的各分支電流，即分別求出  $I_1''$ 、 $I_2''$ 、 $I_3''$ ，此時仍須注意電流方向。

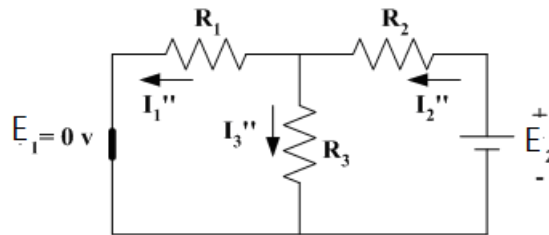


圖 7 重疊定理計算電路（三）

4.最後將步驟 2、3 所求得的分支電流整理成如圖 8 所示電路的標示電流。由重疊定理的定義可知：

$$I_1 = I_1' - I_1'' \quad (6)$$

$$I_2 = I_2' - I_2'' \quad (7)$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' \quad (8)$$

(6)、(7) 式，因電路中電流方向相反所以為兩個電流值相減，而 (8) 式電流方向相同，故為兩個電流值相加。

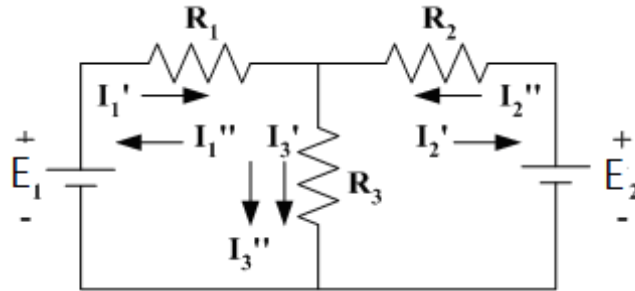


圖 8 重疊定理計算電路（四）

## 實習四 直流電路（III）

本次的實習將介紹戴維寧定理及諾頓定理，將學習到維寧定理與諾頓定理用來簡化電路、及透過實驗印證維寧定理與諾頓定理。

### 一、戴維寧定理

所謂的戴維寧定理是指：一個含有激勵電源及任何線性元件的網路，其網路中的任兩個端點都可以一個獨立電壓源串聯一個電阻的等效電路所取代。

定理中所指的獨立電壓源乃是該兩端點的開路電壓，而串聯電阻（或稱為戴維寧等效電阻）是從相同兩端點看進去的等效電阻，在進行計算開路電壓時，可利用重疊定理、歐姆定理等。

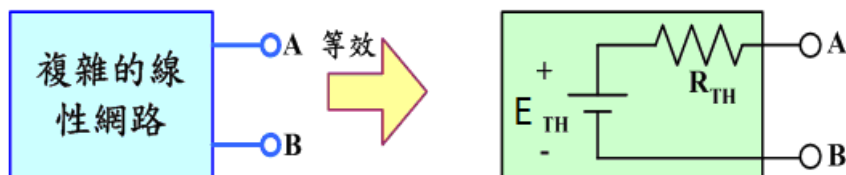


圖 1 複雜網路化簡成戴維寧等效電路示意圖

計算串聯等效電阻時，須注意要將網路中的電壓源短路、電流源開路。如圖 1 所示為戴維寧等效電路的示意圖，由圖 1 可知在一個複雜的線性網路中，任意兩點 A、B 間可以一個等效電壓  $E_{eq}$ ，或稱為戴維寧等效電壓  $E_{TH}$ ，及串聯一個等效電阻  $R_{eq}$  或稱為戴維寧等效電阻  $R_{TH}$  組成的等效電路所取代。至於應用戴維寧定理將複雜網路化簡成戴維寧等效電路的步驟如下：

1. 將網路中移去某需探討的特定部份電路，並將移去的兩個端點定為 A、B 兩點。A、B 兩端的端電壓即是戴維寧等效電壓，由 A、B 兩端看進去的電路等效電阻即是戴維寧等效電阻。
2. 求出 A、B 兩端的開路電壓，此即為戴維寧等效電壓  $E_{TH}$ 。
3. 將網路中的電壓源短路、電流源開路，求出 A、B 兩端看進去的戴維寧等效電阻  $R_{TH}$ 。
4. 將  $V_{TH}$  及  $R_{TH}$  串聯，並標示兩端點 A、B，此即為戴維寧等效電路。
5. 將移開的特定部份電路連接於 A、B 兩點。
6. 應用串聯電路或歐姆定理即可獲特定部份電路的電路響應。

### 二、諾頓定理

所謂的諾頓定理是指：一個含有激勵電源及任何線性元件的網路，其網路中的任兩個端點皆可以一個獨立電流源並聯一個電阻的等效電路所取代。

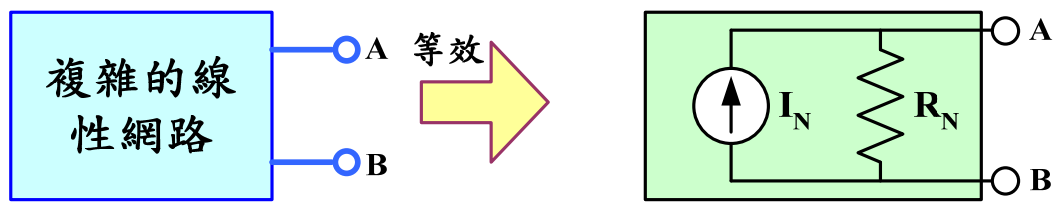


圖 2 複雜網路化簡成諾頓等效電路示意圖

定理中所指的獨立電流源乃是該兩端點的短路電流，而並聯電阻（或稱為諾頓等效電阻）是從相同兩端點看進去的等效電阻。同樣地，在進行計算短路電流時，可利用之前實習中的技巧，如：重疊定理、歐姆定理等，而計算並聯等效電阻時，須注意要將網路中的電壓源短路、電流源開路。如圖 2 所示為諾頓等效電路的示意圖，由圖 2 可知在一個複雜的線性網路中，任意兩點 A、B 間可以一個等效電流  $I_N$ ，或稱為諾頓等效電流，及並聯一個等效電阻  $R_{eq}$  或稱為諾頓等效電阻  $R_N$  組成的等效電路所取代。至於應用諾頓定理將複雜網路化簡成戴諾頓等效電路的步驟如下：

1. 將網路中移去某需探討的特定部份電路，並將移去的兩個端點定為 A、B 兩點。A、B 兩端的短路電流即是諾頓等效電流，由 A、B 兩端看進去的電路等效電阻即是諾頓等效電阻。
2. 求出 A、B 兩端的短路電流，此即為諾頓等效電流  $I_N$ 。
3. 將網路中的電壓源短路、電流源開路，求出 A、B 兩端看進去的諾頓等效電阻  $R_N$ 。
5. 將  $I_N$  及  $R_N$  並聯，並標示兩端點 A、B，此即為諾頓等效電路。
6. 將移開的特定部份電路連接於 A、B 兩點。
7. 應用並聯電路或歐姆定理即可獲特定部份電路的電路響應。

由戴維寧及諾頓等效電路的化簡步驟中，可知戴維寧等效電路和諾頓等效電路可互相轉換，兩種等效電路互換的電路結構及元件值如圖 3 所示。

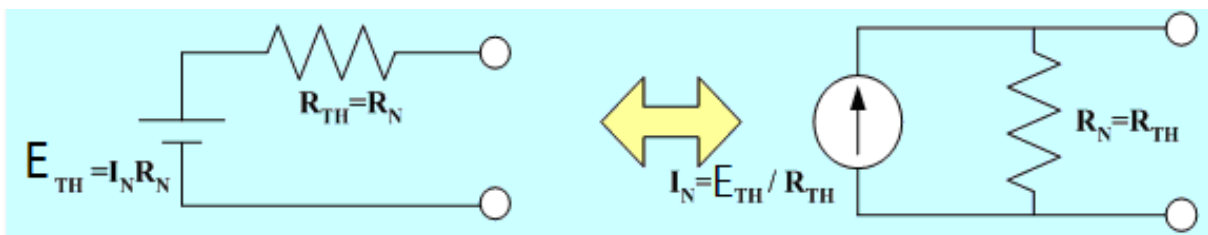


圖 3 戴維寧諾頓定理互換

## 實習五 交流電路（I）

所謂的直流電是指電壓的極性、振幅不隨時間改變，且電流流動方向固定。然而，目前的各種用電均採用由電力公司提供的交流電，採用交流電的優點是易於傳輸及升降壓，而所謂的交流電是指電壓的極性及大小會隨時間變化，電力公司所提供的交流電波形為正弦波，此正弦波的電壓波形可由交流發電機直接產生，且正弦波在數學上處理相當方便，故交流電路的分析皆以正弦波形的交流電為主。

### 一、交流電壓及電流

通常正弦波或餘弦波統稱為正弦波，交流電以正弦波表示的理由如下：

1. 正弦波電壓可由發電機或振盪器產生，容易獲得。
2. 正弦波經加減或積微分仍為頻率未變的正弦波，數學運算簡便。
3. 非正弦波的週期信號，可應用傅立葉分析為各種不同頻率的正弦波組合，所以正弦波具有一致性。
4. 正弦波為理想 LC 電路之自然響應，類似於物理現象的鐘擺振盪。

圖 1 所示為一正弦波，其可假想由一旋轉半徑  $Y$  以逆時針旋轉，在不同角度的垂直投影，圖 1 中的橫軸以度數、弧度或秒數表示均可。

上述正弦波的數學式如下：

$$y = Y_m \sin \alpha = Y_m \sin \omega t = Y_m \sin 2\pi ft \quad (1)$$

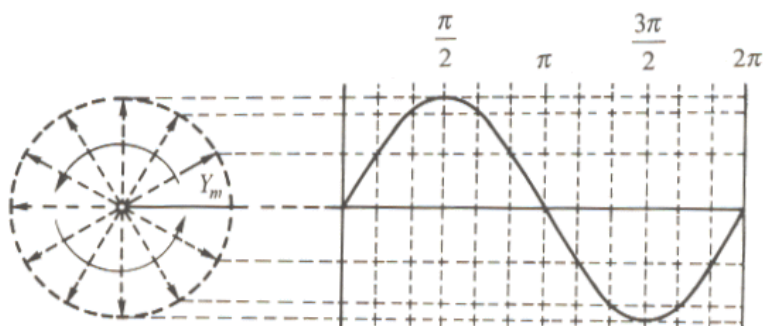


圖 1 正弦波

若投影在水平軸，則可得到餘弦波，如圖 2 所示。餘弦波的數學式表示如下：

$$y = Y_m \cos \alpha = Y_m \cos \omega t = Y_m \cos 2\pi ft \quad (2)$$

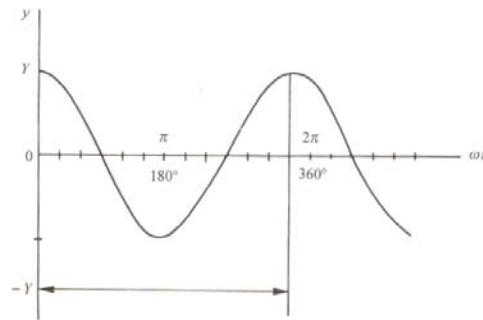


圖 2 餘弦波形

正弦波電壓是交流電路的標準波形，其產生原理以圖 3、圖 4 說明。圖 3 為單匝交流發電機模型、圖 4 為單匝線圈繞一周所感應的電壓，圖中的磁場為永久磁場，可產生均勻的水平磁通密度  $B$ 。由法拉第定律及冷次定律可知磁場變化會產生感應電勢，或由佛萊銘定則可知導體在磁場中切割磁力線，會產生一感應電勢，若於磁場中放置一線圈，且以  $\omega$  之角速度旋轉，則線圈所感應的電壓即為一正弦波電壓，如圖 4 所示。

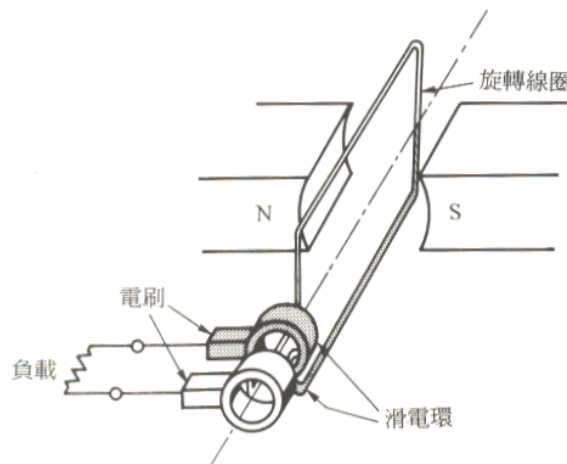


圖 3 交流發電機內部單匝線圈

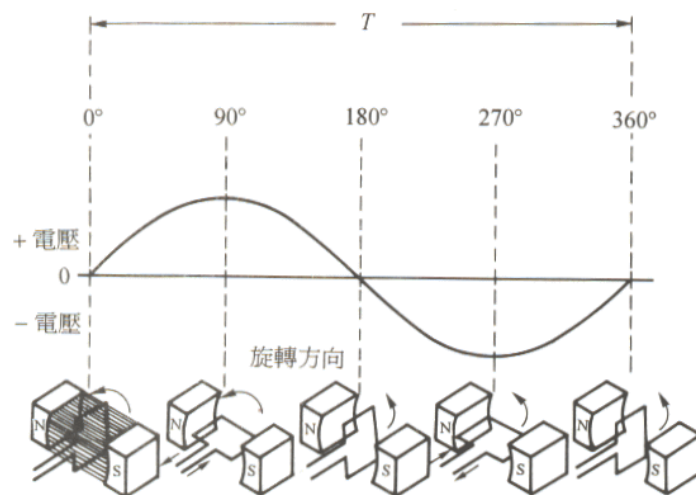


圖 4 單匝線圈繞一周所感應的電壓波形

圖 5 所示的正弦電壓，在任何一瞬間的電壓  $v_t$  稱為瞬時值，而波形變動過程中的峰值乃波

形中波峰值  $v_m$ ， $v_t$  與  $V_m$  間的關係如下：

$$v_t = v_m \sin \omega t \quad (3)$$

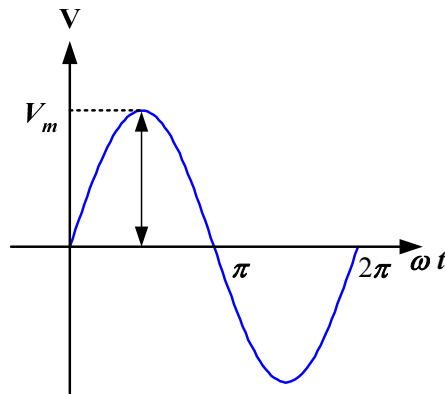


圖 5 正弦電壓

其他有關正弦電壓的名詞定義說明如下：

1. 平均值：交流電的平均值即正弦電壓在一個週期內的平均值。  $v_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt$

2. 有效值或均方根值：交流電的有效值是指在相同時間內，交流電所做的功與直流電相等，則該直流電的電壓值即為交流電的有效值，一般電壓有效值記為  $v_{eff}$  或  $v_{rms}$ 。

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [v(t)^2] dt}$$

3. 波形因數：任意週期波的波形因數定義為有效與平均值的比值。  $F.F = \frac{\text{有效值}}{\text{平均值}}$

## 二、電容串、並聯

### (一) 串聯電容器

$n$  個電容串聯電路（圖 6），總電容  $C_T$  為：

$$C_T = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}} \quad (4)$$

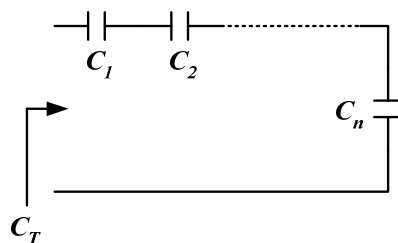


圖 6  $n$  個電容器串聯

### (二) 並聯電容器

$n$  個電容並聯電路（圖 7），總電容  $C_T$  為：

$$C_T = C_1 + C_2 + \dots + C_n \quad (5)$$

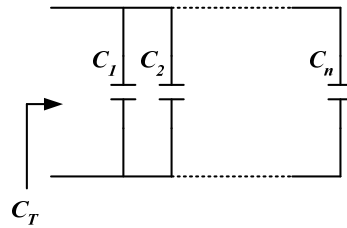


圖 7 n 個電容器並聯

### 三、RC 串、並聯電路

#### (一) 電容的正弦響應

假設有一正弦電壓  $v = v_m \sin \omega t$  激勵電容器，如圖 8 所示，則電容的電流響應為：

$$i = C \frac{dv}{dt} = C \frac{d}{dt} v_m \sin \omega t = \omega C v_m \cos \omega t = i_m \cos \omega t = i_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

式中，電流峰值為： $i_m = \omega C v_m = \frac{v_m}{X_c}$

其中， $X_c$  稱為容抗，單位  $\Omega$ ， $X_c$  與電容值的關係為： $X_c = \frac{1}{2\pi fC}$

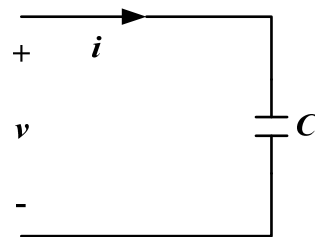


圖 8 正弦電壓激勵電容器電路

此電路中，電容的正弦響應如圖 9、圖 10 所示，由圖中可看出電流超前電壓  $90^\circ$  或電壓落後電流  $90^\circ$ 。

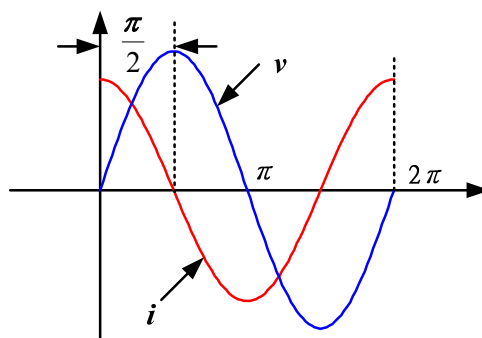


圖 9 正弦電壓激勵電容器的電壓電流波形

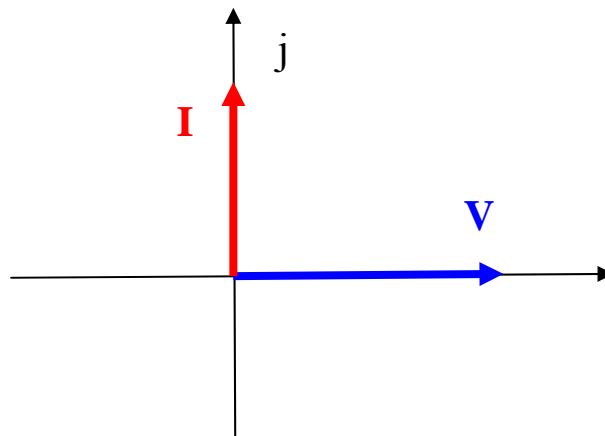


圖 10 正弦電壓激勵電容器的電壓電流相量關係

## （二）RC 串聯電路

圖 11 所示為一個 RC 串聯的時域電路，圖 12 所示為一個 RC 串聯的頻域電路，此電路的阻抗為：

$$Z = R - jX_C = R - j\frac{1}{\omega C} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \angle -\tan^{-1} \frac{1}{\omega RC} = Z \angle -\theta$$

阻抗的相量關係如圖 13 所示，而電路的電流響應為：

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{V \angle \alpha}{Z \angle -\theta} = \frac{V}{Z} \angle \alpha + \theta = I \angle \beta$$

電路響應相量關係如圖 14 所示。

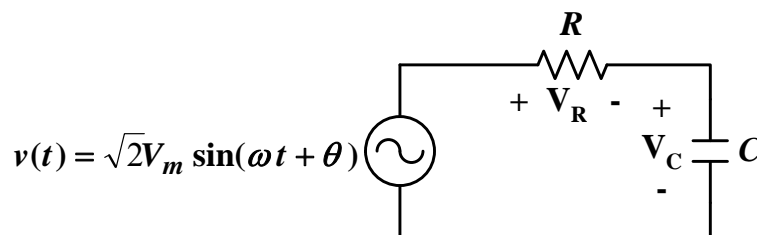


圖 11 RC 串聯的時域電路

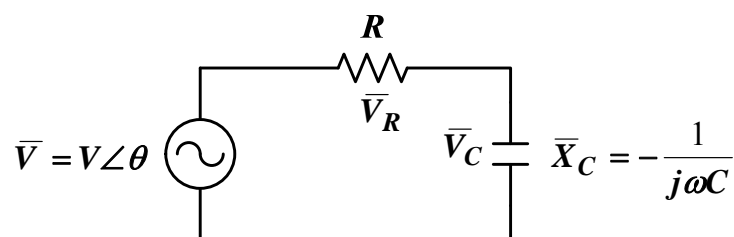


圖 12 RC 串聯的頻域電路

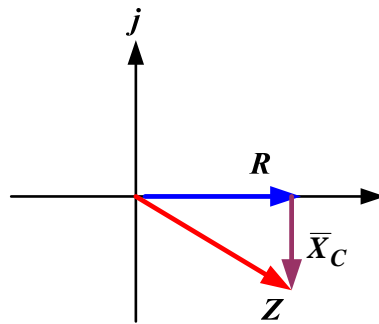


圖 13 RC 串聯阻抗相量三角形

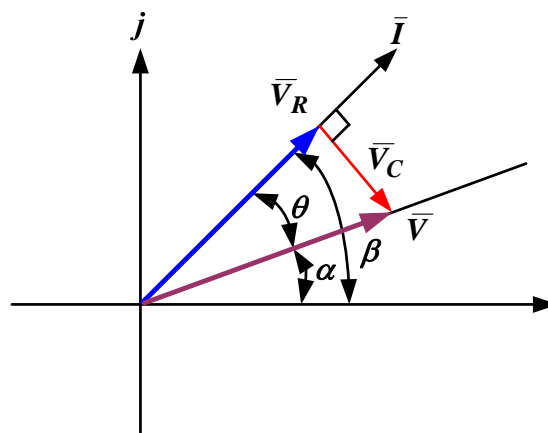


圖 14 RC 串聯電路響應相量關係圖

### （三）RC 並聯電路

圖 15 所示為一個 RC 並聯電路的阻抗模型，圖 16 所示為一個 RC 並聯電路的導納模型，此電路的導納為：

$$\bar{Y} = G + jB_C = Y \angle \theta^\circ$$

其中， $Y = \sqrt{G^2 + B_C^2} = \sqrt{G^2 + (\omega C)^2}$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{B_C}{G} = \tan^{-1} \frac{\omega C}{G} = \tan^{-1} \omega RC$$

導納的相量關係如圖 17 所示，而電路響應的相量關係如圖 18 所示。

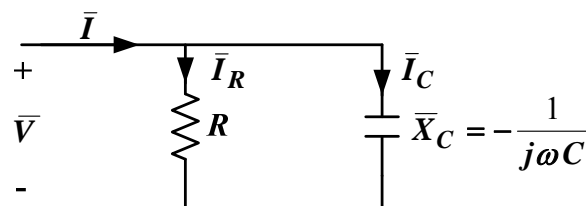


圖 15 RC 並聯電路阻抗模型

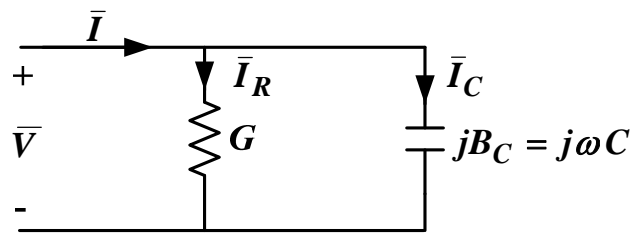


圖 16 RC 並聯電路導納模型

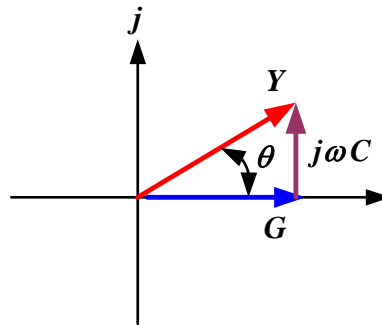


圖 17 RC 並聯導納相量三角形

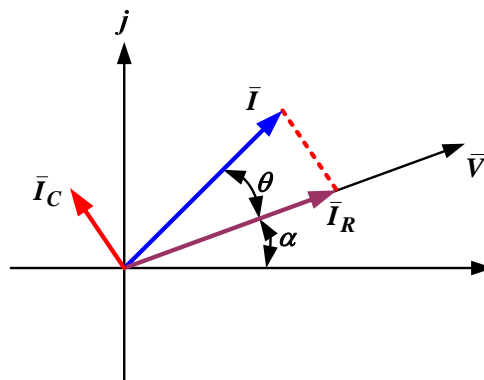


圖 18 RC 並聯電路響應相量關係圖

## 實習六 交流電路（II）

本實習介紹另一個在交流電路中相當重要的被動元件—電感器、及 RL 電路。

### 一、電感的串、並聯

#### （一）串聯電感器

圖 1 的  $n$  個電感器串聯電路，若電路中的電感器沒有磁場交互作用（及沒有互感），則總電感量  $L_T$  為：

$$L_T = L_1 + L_2 + \cdots + L_n \quad (1)$$

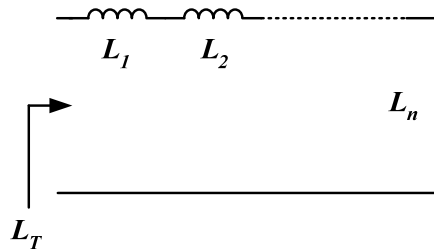


圖 1  $n$  個電感器串聯

若電路中的電感器有磁場交互作用（及含有互感），則須考慮互感效應，如圖 2、3 所示的兩電感器串聯電路，其含有互感  $M$ ，且圖 2 為互助型、圖 3 為互消型，則總電感量  $L_T$  為：

$$L_T = L_1 + L_2 \pm M \quad (2)$$

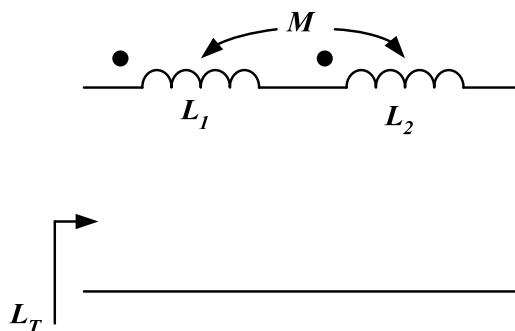


圖 2 互助型兩電感器串聯電路

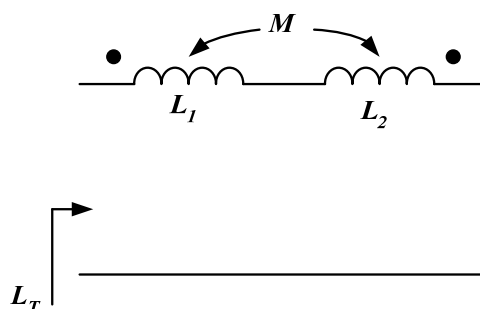


圖 3 互消型兩電感器串聯電路

所謂互助與互消的互感，是指電感器間磁場交互作用使得電感量增加或減少的效應，一般以流入電感器之電流方向決定。如圖 2 流入電感器之電流的方向相同，則會兩電感器間會產生加強磁場的效應，故電感量會增加，稱為「互助」。而圖 3 流入電感器的電流的方向相反，故電感器間會產生減弱磁場的效應，稱為「互消」。

(二) 並聯電感器

圖 4 的 n 個電感器並聯電路，若電路中的電感器沒有磁場交互作用，則總電容  $L_T$  為：

$$L_T = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}} \tag{3}$$

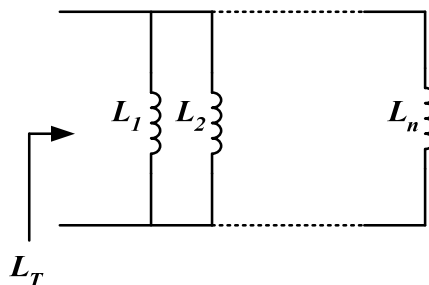


圖 4 n 個電感器並聯

若電路中的電感器有磁場交互作用（及含有互感），則須考慮互感效應，如圖 5、6 所示的兩電感器並聯電路，其含有互感 M，且圖 5 為互助型、圖 6 為互消型，則總電感量  $L_T$  為：

$$L_T = \frac{1}{\left(\frac{1}{L_1 \pm M}\right) + \left(\frac{1}{L_2 \pm M}\right)} \tag{4}$$

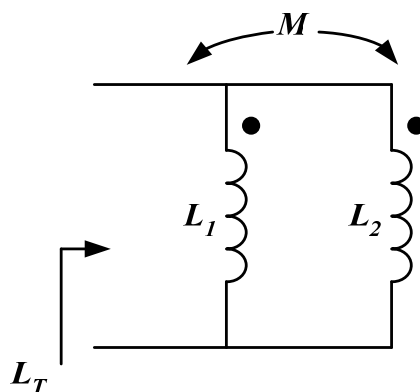


圖 5 互助型兩電感器並聯電路

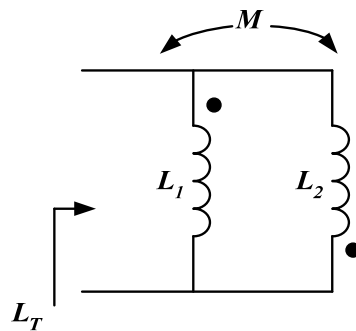


圖 6 互消型兩電感器並聯電路

## 二、RL 串、並聯電路

本節要說明交流 RL 串、並聯電路的特性與相量關係。

### （一）電感器的正弦響應

假設有一正弦電流  $i = i_m \sin \omega t$  通過一個電感器，如圖 7 所示，則電感之電壓響應方程式為：

$$v = L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt} i_m \sin \omega t = \omega L i_m \cos \omega t = v_m \cos \omega t = v_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

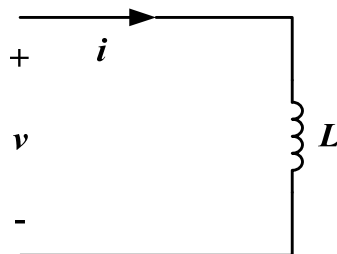


圖 7 正弦電流過一個電感器

上式中電壓峰值為： $v_m = \omega L i_m = X_L i_m$ ；其中， $X_L$  稱為感抗，單位  $\Omega$ ， $X_L$  與電感值的關係為： $X_L = \omega L = 2\pi f L$ 。

此電路中，電感器的正弦響應如圖 8、圖 9 所示，由圖中可看出電流落後電壓  $90^\circ$  或電壓超前電流  $90^\circ$ 。

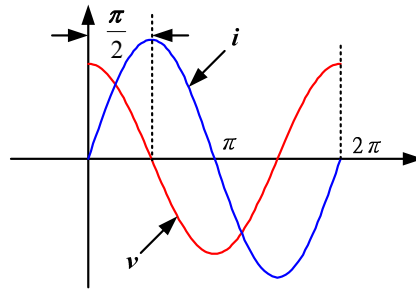


圖 8 正弦電流激勵電感器的電壓電流波形

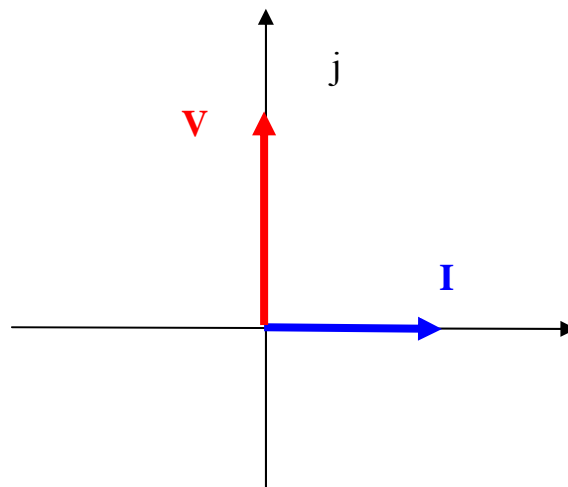


圖 9 正弦電流激勵電感器的電壓電流相量關係

## (二) RL 串聯電路

如圖 10 所示為一個 RL 串聯的時域電路，圖 11 所示為一個 RL 串聯的頻域電路，此電路的阻抗為：

$$Z = R + jX_L = R + j\omega L = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \angle \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} = Z \angle \theta$$

阻抗的相量關係如圖 12 所示，而電路的電流響應為：

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{V \angle \alpha}{Z \angle \theta} = \frac{V}{Z} \angle \alpha - \theta = I \angle \beta$$

電路響應相量關係如圖 13 所示。

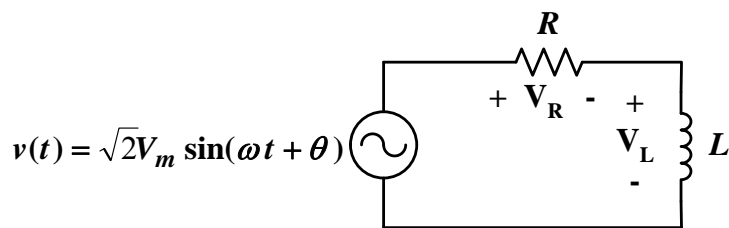


圖 10 RL 串聯的時域電路

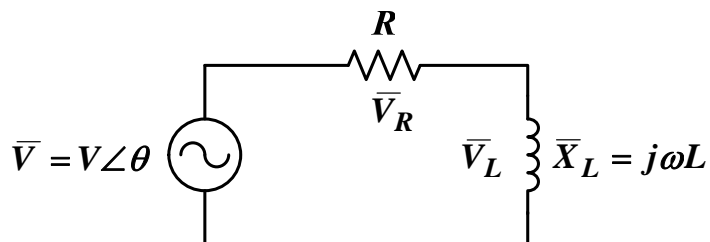


圖 11 RL 串聯的頻域電路

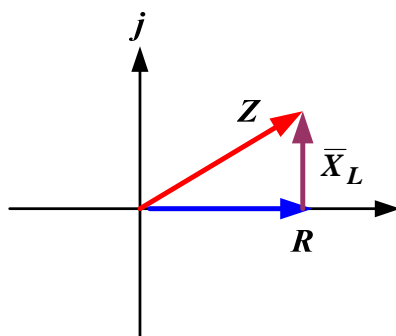


圖 12 RL 串聯阻抗相量三角形

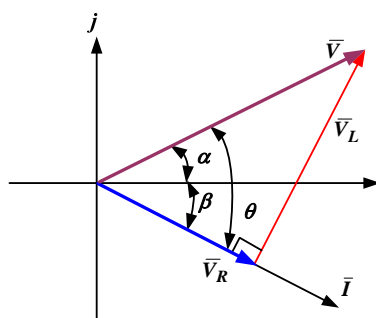


圖 13 RL 串聯電路響應相量關係圖

### (三) RL 並聯電路

如圖 14 所示為一個 RL 並聯電路的阻抗模型，圖 15 所示為一個 RL 並聯電路的導納模型，此電路的導納為：

$$\bar{Y} = G - jB_L = Y \angle \theta^\circ$$

其中，

$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2} = \sqrt{G^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2} \quad \theta = -\tan^{-1} \frac{B_L}{G} = -\tan^{-1} \frac{1}{\omega L G}$$

導納的相量關係如圖 16 所示，而電路響應的相量關係如圖 17 所示。

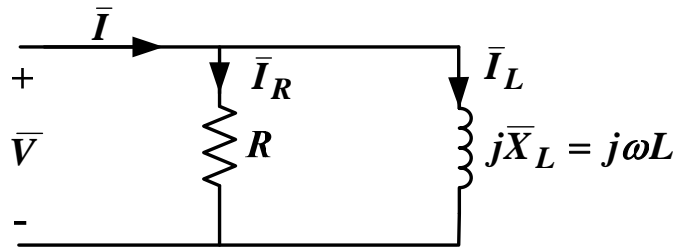


圖 14 RL 並聯電路阻抗模型

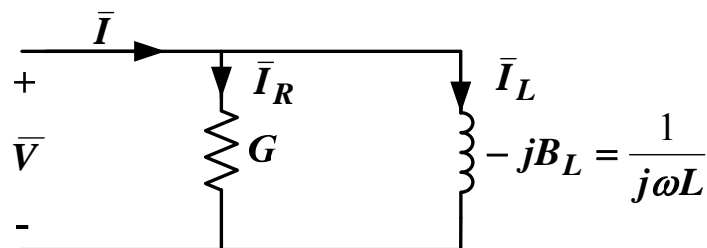


圖 15 RL 並聯電路導納模型

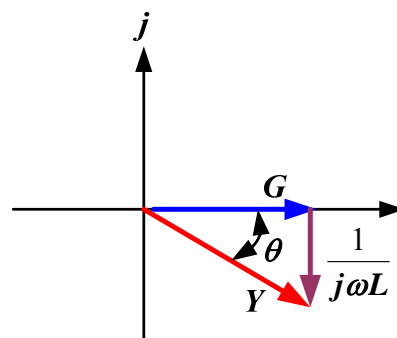


圖 16 RL 並聯導納相量三角形

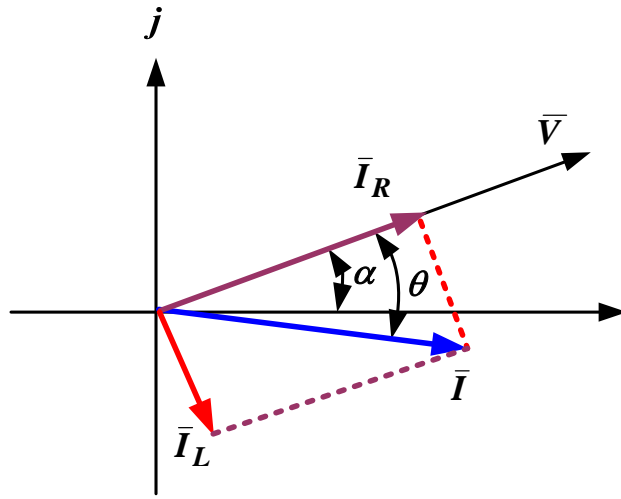


圖 17 RL 並聯電路響應相量關係圖

## 實習七 諧振電路

諧振電路實習將介紹電阻、電容、電感三個元件的串、並聯交流電路中，具有的一種相當特別的特性－諧振。藉由 RLC 串並聯諧振電路的實習，了解電路阻抗對激勵源頻率的關係。

### 一、RLC 串聯諧振電路

諧振電路中，含有電容性及電感性元件，電阻元件通常也會因電源電阻或電感內部電阻而存在。若上述三種元件以串聯型態同時出現在電路中，由於電容抗及電感抗在阻抗複數平面上相差  $180^\circ$ ，及相差一個負號，故電容抗與電感抗可能發生阻抗互消的結果，當電路中電容抗與電感抗相等時，則此電路發生所謂的諧振，稱為 RLC 串聯諧振。基本的串聯諧振電路如圖 1 所示，下圖中，左圖代表電源及電感內部存在電阻，右圖為較簡潔的基本串聯諧振電路圖。

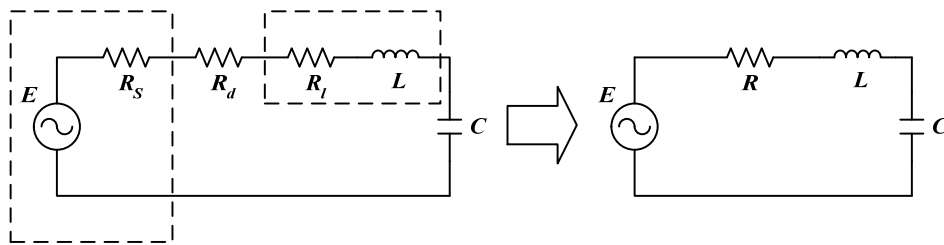


圖 1 基本串聯諧振電路

圖 1 電路在任意頻率下的總阻抗可寫成下式：

$$Z_T = R + jX_L + jX_C = R + j(X_L - X_C) \quad (1)$$

由（1）式可知，當  $X_L = X_C$  時，電容及電感效應互消，電路成為純電阻電路，此時即稱電路發生諧振。故串聯諧振電路之發生條件為：

$$X_L = X_C \quad (2)$$

由（2）式可推得 RLC 串聯電路發生諧振的電源頻率，推導過程如下：

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3)$$

$$\text{或} \quad f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

由以上的分析可知串聯電路發生諧振時，電路的阻抗最小，故電路電流最大，且電路電流與電壓同相位。

#### （一）電路阻抗 $Z_T$ 對頻率的關係

由（1）式， $Z_T = R + jX_L + jX_C = R + j(X_L - X_C)$  可知，阻抗於任何頻率之大小為：

$$Z_T = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \quad (4)$$

（4）式中， $R$ 、 $X_L$ 、 $X_C$  會隨頻率變化，如圖 2 所示。

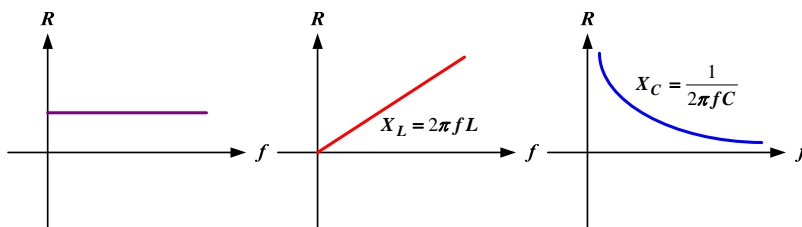


圖 2 電阻、感抗及容抗對頻率的關係

由（4）式及圖 2 的三個圖可知  $Z_T$  對頻率的變化關係如圖 3 所示。

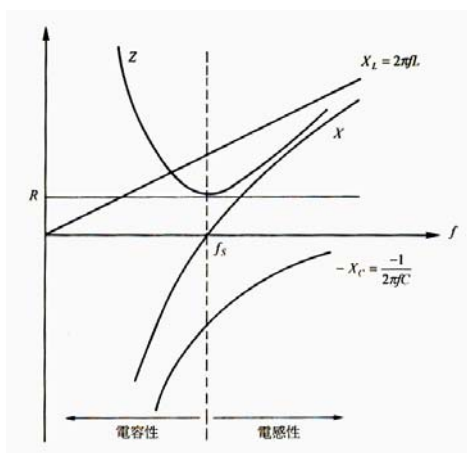


圖 3 串聯諧振的阻抗特性

### （二）品質因數（Q）

串聯諧振電路的品質因數  $Q$  的定義為：電容器或電感器所產生的無效功率與電阻器的平均功率比值，即：

$$Q_S = \frac{Q_L \text{ or } Q_C}{P_{av}} = \frac{I^2 X_L}{I^2 R} = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_r L}{R} \quad (5)$$

### （三）串聯諧振電路的電流響應

串聯電路發生諧振時，電路電流最大，但在其他不同頻率的電流響應為何？則可由圖 4 的電流對頻率的關係曲線觀察。

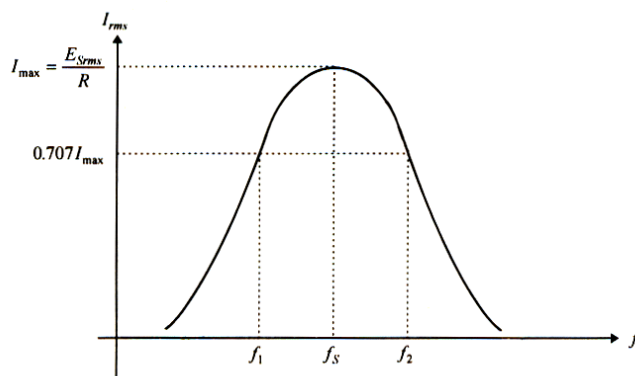


圖 4 串聯諧振電路 I-f 關係圖

圖 4 中，接近電流最大值即最小值附近的特定頻率，有一些專有名詞，一般在最大電流 0.707 倍處之頻率，稱為「截止頻率」、「波帶頻率」、「3dB 頻率」、或「半功率點頻率」，而兩個截止頻率間的範圍稱為「頻帶寬」(Band Width, BW)，或 BW 可寫成： $BW = f_2 - f_1$ 。截止頻率之所以亦會被稱為半功率點頻率 (Half power frequency)，係指此頻率的功率恰為諧振時傳送的一半。

在串聯 RLC 諧振電路中之各元件，當電容及電感固定時，若電阻越小則頻帶寬越窄，而電阻越大則頻帶寬越寬，如圖 5 所示。同理，當電阻固定，若 L/C 之比增加時，則頻帶寬越窄，反之，頻帶寬越寬，如圖 6 所示。

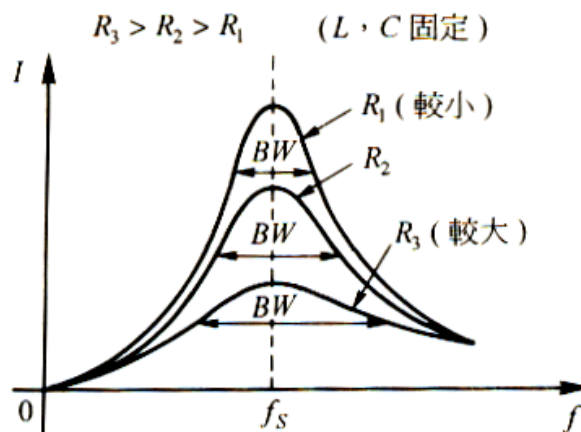


圖 5 L、C 固定，電阻 R 不同時的頻寬變化

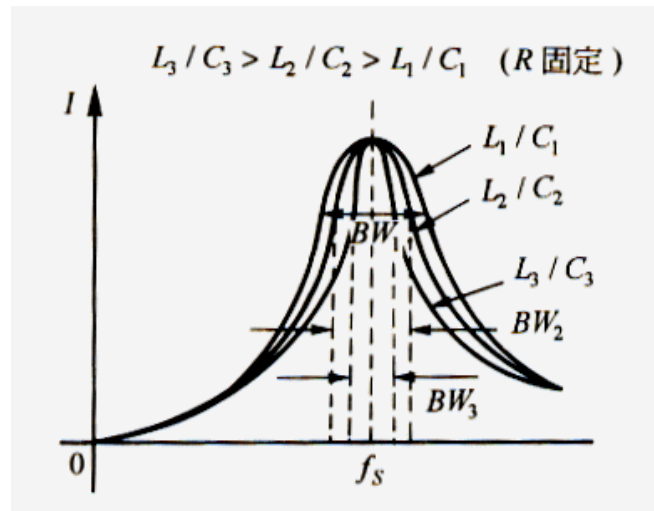


圖 6 電阻 R 固定，L、C 不同時的頻寬變化

#### (四) 串聯諧振電路的電壓響應

串聯諧振電路的電壓響應  $V_R$ 、 $V_L$ 、 $V_C$  及  $I$  與頻率的關係如圖 7 所示。

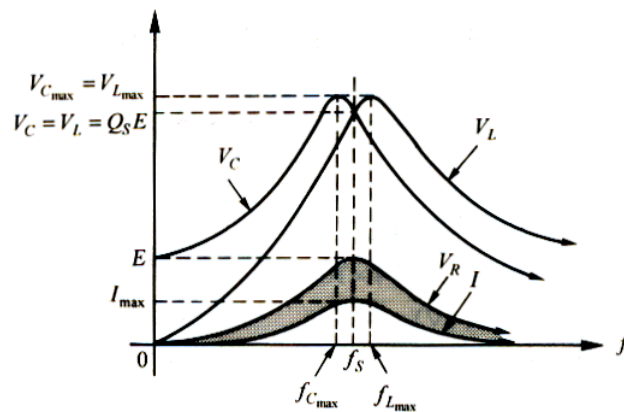


圖 7 串聯諧振電路， $V_R$ 、 $V_L$ 、 $V_C$  及  $I$  與頻率的關係

## 二、RLC 並聯諧振電路

如圖 8 所示為一個理想的 RLC 並聯電路，圖中導納可寫成：

$$Y = G + j\left(\omega C + \frac{1}{\omega L}\right) = G + j(B_C - B_L) \quad (6)$$

由 (6) 式可知，當  $B_C = B_L$  時，電路的總導納等於電導值，及電容納與電感納相等而互消，稱為「並聯諧振」。當並聯 RLC 電路發生諧振時，電路的總導納最小，故總阻抗最大且為純電阻，而諧振頻率及諧振條件整理於下：

$$\text{諧振條件：} B_C = B_L$$

$$\text{諧振頻率：} f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

當並聯諧振發生時，流經電感器與電容器的電流大小相等，但相位相反（相差  $180^\circ$ ），故電路的總電流  $I_T$  等於流經電阻器的電流  $I_R$ ，並聯諧振的電流響應的相量關係如圖 9 所示。而 RLC 並聯諧振電路電流與頻率的關係如圖 10 所示。

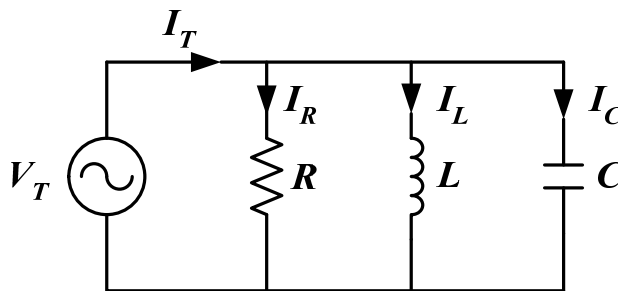


圖 8 RLC 並聯電路

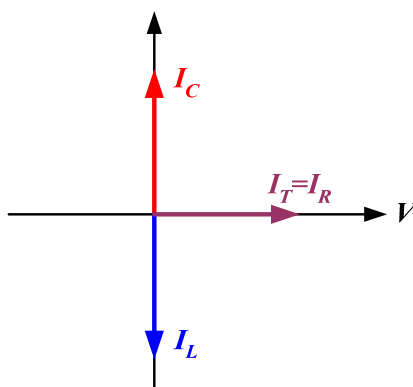


圖 9 並聯諧振電流相量圖

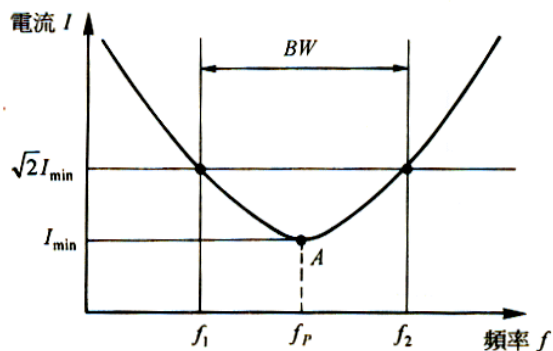


圖 10 RLC 並聯諧振電路電流與頻率關係圖